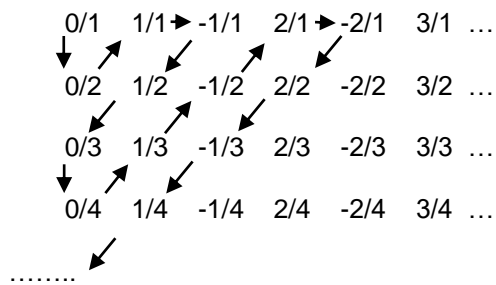


La méthode cantorienne de diagonalisation (pour démontrer le caractère dénombrable de l'ensemble infini des nombres rationnels – cardinal :  $\aleph_0$ )



Les axiomes de l'arithmétique (d'après le *Formulaire de mathématiques* de Peano)

1. Zéro est un nombre.
2. Le successeur d'un nombre est un nombre.
3. Plusieurs nombres quelconques ne peuvent avoir le même successeur.
4. Zéro n'est le successeur d'aucun nombre.
5. Si une propriété appartient à zéro, et si, lorsqu'elle appartient à un nombre quelconque, elle appartient aussi à son successeur, alors elle appartient aussi à tous les nombres (axiome dit de *réurrence* ou d'*induction*).

Preuve de l'infinie divisibilité de l'espace (la grandeur spatiale a la puissance du *continu*, tout comme l'ensemble  $\mathbf{R}$  des « réels » – cardinal  $\aleph_1$ )

« (...) Toutes les fois qu'une proposition est inconcevable, il faut en suspendre le jugement et ne pas la nier à cette marque, mais en examiner le contraire ; et si on le trouve manifestement faux, on peut hardiment affirmer la première, tout incompréhensible qu'elle est. Appliquons cette règle à notre sujet. Il n'y a point de géomètre qui ne croie l'espace divisible à l'infini. On ne peut non plus l'être sans ce principe qu'être homme sans âme. Et néanmoins il n'y en a point qui comprennent une division infinie ; et l'on ne s'assure de cette vérité que par cette seule raison, mais qui est certainement suffisante, qu'on comprend parfaitement qu'il est faux qu'en divisant un espace on puisse arriver à une partie indivisible, c'est-à-dire qui n'ait aucune étendue. Car qu'y a-t-il de plus absurde que de prétendre qu'en divisant toujours un espace on arrive enfin à une division telle qu'en la divisant en deux chacune des moitiés reste indivisible et sans aucune étendue ? Car **je voudrais demander à ceux qui ont cette idée s'ils conçoivent nettement que deux indivisibles se touchent : si c'est partout, ils ne sont qu'une même chose, et partant les deux ensemble sont indivisibles ; et si ce n'est pas partout, ce n'est donc qu'en une partie : donc ils ont des parties, donc ils ne sont pas indivisibles.** Que s'ils confessent, comme en effet ils l'avouent quand on les presse, que leur proposition est aussi inconcevable que l'autre, qu'ils reconnaissent que ce n'est pas par notre capacité à concevoir ces choses que nous devons juger de leur vérité, puisque ces deux contraires étant tous deux inconcevables, il est néanmoins nécessairement certain que l'un des deux est véritable » (Pascal, *L'esprit de la géométrie*).